Munich Personal RePEc Archive

# Enjeux stratégiques du concours des Maîtres de Conférences

Guillaume Haeringer and Vincent Iehlé

Universitat Autònoma de Barcelona, Université Paris Dauphine

December 2008

Online at http://mpra.ub.uni-muenchen.de/13002/
MPRA Paper No. 13002, posted 26. January 2009 09:37 UTC

# Enjeux stratégiques du concours des Maîtres de Conférences*

Guillaume Haeringer†
*Universitat Autònoma de Barcelona*

Vincent Iehlé‡
*Université Paris-Dauphine*

23 janvier 2009
(Première version 17 décembre 2008)

*Le premier auteur remercie l'appui de la *Barcelona GSE Research Network*, du Gouvernement de Catalogne, le programme *Plan Nacional I+D+I* (SEJ2005-01481, SEJ2005-01690), la *Generalitat de Catalunya* (SGR2005-00626) et le programme *Consolider-Ingenio* 2010 (CSD2006-00016).

†Corresponding author : Departament d'Economia i d'Història Econòmica, Universitat Autònoma de Barcelona, 08193 Bellaterra, Spain. Guillaume.Haeringer@uab.es.

‡LEDA Université Paris-Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny 75775 Paris Cedex 16, France vincent.iehle@dauphine.fr.

**Résumé**

Le recrutement des jeunes enseignants chercheurs en France se fait de manière centralisée Le ministère calcule les affectations en fonction des listes de classements soumis par les comités de sélection et des listes de vœux soumis par les candidats. Les enjeux stratégiques du recrutement en France sont souvent mal compris, ou du moins peu connus. Nous montrons que la procédure d'affectation, tout en restant opaque pour les candidats, satisfait des propriétés souhaitables de stabilité et d'optimalité qui favorisent les candidats. Pour ce faire, nous identifions la règle d'affectation utilisée par le ministère à partir des informations mises à disposition des candidats. La structure de l'algorithme qui permet de produire ces affectations est également analysée. Enfin, nous discutons de l'existence des quotas sur le nombre des candidats classés et des ultimes changements apportés au concours de Maîtres de Conférences ainsi que de leurs relations avec des comportements localistes.
Mots clefs : Concours "Maîtres de Conférences", modèle d'appariement, stabilité, comportement stratégique.
*Classification du Journal of Economic Literature* : C78, C62, J41.

**Abstract**

Contrary to most countries, the recruitment of assistant professors in France is centralized: recruitment committees submit a ranking of candidates to the Ministry of Education, the candidates submit their own ranking over the faculties that rank them and the Ministry compute the final match accordingly to these lists. The strategic stakes of this procedure are not well known in France. We show that the procedure satisfies desirable properties of stability and optimality. In order to do so, we identify the matching rule used by the Ministry using the information available to the candidates. The structure of the algorithm that produce the final matching is also analyzed. Finally, we discuss the existence of quotas on Departments rankings, the new features of the next campaign of recruitment and their relationships with job mobility.
Key words: French academic job market, matching model, stability, strategic behavior.
*Classification of Journal of Economic Literature* : C78, C62, J41.

**Avertissement** La procédure française de recrutement des Maîtres de Conférences et Professeurs connaît actuellement des changements majeurs. En particulier les facultés pourront à l'avenir recruter *au fil de l'eau*, c'est à dire publier des postes et recruter des candidats ponctuellement en dehors du calendrier de recrutement habituel. Une session dite *synchronisée* regroupera les autres postes et fonctionnera selon les mêmes modalités que les campagnes précédentes de recrutement. L'analyse qui suit traite des enjeux de la future session synchronisée qui correspond à l'unique modalité de recrutement jusqu'en 2008, les futurs enjeux du recrutement au fil de l'eau sont brièvement décrits dans la dernière section.

# 1 Introduction

Dans la plupart des pays industrialisés le recrutement des jeunes enseignants chercheurs s'opère en deux phases. Chaque faculté ayant un poste ouvert pré-sélectionne d'abord un petit nombre de candidatures, suite à quoi ≪le marché≫ détermine quel candidat présélectionné sera recruté par la faculté.

Il y a peu de différences substantielles d'un pays à l'autre en ce qui concerne la phase de présélection. En fait, la plupart des universités procèdent plus ou moins de la même manière, à savoir d'abord une première sélection des candidats après examen de leurs dossiers (CV, publications, etc.), puis un entretien, et éventuellement un séminaire où le candidat présente ses travaux. En outre, cette première phase se déroule dans chaque pays durant une période délimitée, presque identique pour tous les postes ouverts. Ceci permet aux candidats titulaires d'un doctorat ou d'une qualification dans un domaine donné de candidater sur tous les postes ouverts du domaine [1].

Des différences fondamentales apparaissent lors de la seconde phase, celle ≪du marché≫. Dans la grande majorité des cas, le recrutement est *décentralisé*. Les facultés ou départements (de mathématiques, de biologie, d'économie, etc.) contactent *directement* les candidats qu'elles souhaitent recruter. Un candidat qui reçoit une offre doit ainsi décider s'il l'accepte ou la rejette. Une faculté dont l'offre a été refusée fera éventuellement une offre à un autre candidat, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'offre soit acceptée ou si tous les candidats considérés par la faculté ont

[1] Une exception notable est l'Italie où il n'existe pas de période de concours commune à tous les postes ouverts, chaque faculté peut publier un poste et procéder aux phases de recrutement tout au long de l'année. Notons également que dans la plupart des pays, à l'exception de la France, lors de la phase de recrutement la plupart des candidats ne sont pas encore titulaires d'un diplôme de doctorat, les soutenances de thèse ayant lieu en règle général après le recrutement.

refusé son offre. Ce mode de recrutement où les étudiants sont affectés aux facultés de manière séquentielle est la règle par exemple aux États-Unis, au Royaume Uni, Pays-Bas, Espagne, ou Canada.

Le *modus operandi* du marché en France est différent ; le marché est *centralisé*. Au lieu de contacter directement les candidats les facultés françaises soumettent leurs stratégies de recrutement auprès d'un organisme central, sous la forme d'un classement des candidats. Le classement indique quel candidat la faculté souhaite recruter en premier lieu, puis, le cas échéant, quel est le deuxième candidat qu'elle souhaite recruter, etc. Les candidats sont à leur tour invités à soumettre des vœux d'affectation dans les facultés où ils sont classés, ces vœux sont eux aussi ordonnés selon les préférences émises par les candidats. C'est le ministère qui établit l'allocation pour chacun des postes proposés au concours au moyen d'un algorithme qui génère la règle d'affectation choisie par le ministère. Le cas français n'est pas unique. Le recrutement des internes en médecine par les hôpitaux aux États-Unis et l'admission des étudiants dans les universités turques suivent la même procédure [2].

Ces deux modes opératoires donnent lieu à des pratiques très distinctes durant les campagnes de recrutement. Sur un marché décentralisé il existe des marges de manœuvres importantes données aux candidats et aux facultés lors de la négociation des termes de l'emploi (salaire, charge de cours, moyens matériels mis à disposition ou budget de recherche, etc.). Durant la phase de recrutement, ces négociations, qui jouent le rôle de variables d'ajustement pour les affectations, sont cependant insuffisantes pour éviter des effets de type congestion. En effet, l'absence de coordination des facultés ne laisse pas toujours le temps au candidat d'évaluer toutes les offres potentielles qu'il pourrait recevoir, les candidats qui reçoivent une proposition d'une université n'ayant, en général, qu'une ou deux semaines pour l'accepter ou la refuser [3]. Accepter ou refuser une offre étant en règle générale une décision irréversible, un candidat adverse au risque est amené dans certains cas à accepter précocement une offre peu attrayante.

A contrario, en rapprochant simultanément tous les vœux des candidats et tous les classements des facultés, un marché centralisé, bien qu'il laisse peu de place à la négociation, permet d'éviter certains des écueils propres aux marchés décentralisés, en particulier l'effet de congestion. Mais le marché centralisé n'est pas non plus exempt de problèmes. Par exemple, un marché centralisé peut ne pas fonctionner correctement lorsque le différentiel entre offre (les facultés) et demande (les candidats) est trop grand. Des travaux récents de McKinney, Niederle et Roth

[2]Le cas des internes en médecine est étudié dans Roth et Peranson (1999), le cas des étudiants en Turquie dans Balinski (2001).

[3]Certaines universités comme Harvard ou le MIT ne donnent pas de délai aux candidats. Mais ces cas restent rares.

(2005) montrent en effet que, si la demande est trop faible, le surcroît de compétition entre les facultés peut amener ces dernières à adopter des comportements sous-optimaux.

Les considérations stratégiques entre un marché centralisé et un marché décentralisé sont aussi très différentes. Sur un marché centralisé, la mise en relation simultanée des offres et demandes au moyen d'une règle d'affectation rend la modélisation du marché relativement simple. En fait, la littérature sur les modèles d'appariements, qui naît avec les travaux de Gale et Shapley (1962), éclaire plusieurs points relatifs à l'organisation du marché et aux interactions qui s'y déroulent. Comme dans les jeux stratégiques, les modèles d'appariements permettent d'identifier les stratégies de chaque agent du marché et de les associer à des solutions d'équilibre qui vérifient certaines propriétés d'optimalité. Dans le cas présent, les stratégies des candidats sont simplement les listes de vœux qu'ils soumettent pour des facultés, tandis que les stratégies des facultés sont les listes de classements des candidats. Idéalement, la combinaison des vœux et des classements devrait permettre de trouver une affectation des candidats qui satisfait d'abord un principe de rationalité individuelle de la part de tous les agents et ensuite un principe de minimisation des frustrations. Une affectation peut générer de la frustration si par exemple un candidat observe que le poste qu'il préfère à son affectation a été attribué à un candidat moins bien classé. Il en est de même pour une faculté si elle observe qu'un candidat qu'elle a mieux classé que celui qu'elle recrute n'a pas été affecté. Un appariement qui ne génère pas ce type de frustration est dit «stable». La théorie des appariements, en particulier appliquée au champ économique, décrit également comment un organisme central peut garantir aux agents du marché que la règle d'affectation préalablement choisie pour ses propriétés d'optimalité ou de stabilité sera effectivement implémentée. Le problème majeur est que la notion d'absence de frustration est définie à partir des préférences des agents. Inciter les individus à révéler leurs vraies préférences est donc crucial dans la théorie des appariements. En l'absence d'une telle incitation, la règle d'affectation est dite manipulable.

L'objectif de cet article est d'identifier et d'analyser la procédure de recrutement des Maîtres de Conférences en utilisant les outils fournis par la théorie des appariements. Nous montrons tout d'abord que les informations officielles à destination des candidats ne sont pas suffisantes pour déterminer la règle d'affectation utilisée par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. Après recoupements avec d'autres sources, nous identifions successivement cette règle et l'algorithme associé. En analysant plus précisément sa structure, nous montrons que cet algorithme qui décide des affectations des candidats, en fonction de leurs vœux et des classements décidés par les commissions de recrutement, est en fait équivalent au *mécanisme d'acceptation différée (avec priorité pour les candidats)* de Gale et Shapley (1962). Cette identification

est très importante puisqu'elle permet d'établir des propriétés importantes du concours des Maîtres de Conférences. Nous pouvons établir premièrement que le concours produit toujours un appariement stable, qui est, en plus, le meilleur appariement stable pour tous les candidats. Deuxièmement, nous montrons que l'affectation n'est pas manipulable par les candidats mais qu'elle l'est dans une certaine mesure par les facultés.

La suite de cet article est organisée de la manière suivante. Dans la Section 2, nous proposons un bref exposé du modèle standard de la théorie des appariements. Dans la Section 3, nous identifions la règle d'affectation choisie par le ministère et nous expliquons comment ces affectations sont calculées à l'aide d'un algorithme dont nous analysons la structure. Dans la Section 4, nous présentons les principaux aspects stratégiques que soulève l'utilisation d'un tel algorithme. Nous montrons dans la Section 5 que la restriction sur le nombre de candidats classés imposée aux facultés donne un éclairage nouveau sur le débat actuel portant sur le localisme dans le recrutement académique. Enfin, nous discutons des récents changements du concours dans la Section 6.

# 2 Un modèle d'appariement

## 2.1 Préliminaires

Le modèle d'appariement proposé originellement par Gale et Shapley (1962) est un modèle de mariage contenant un ensemble d'hommes et un ensemble de femmes. Le nom ou le type des individus n'ayant aucun impact sur la modélisation du problème nous présenterons le modèle d'appariement dans le cadre du recrutement académique, c'est-à-dire avec un ensemble (fini) $C$ de *candidats* et un ensemble (fini) $F$ de *facultés*. Dans la suite de l'article un agent (candidat ou faculté) générique sera dénoté $v$.

Dans ce modèle, chaque candidat $c \in C$ est doté d'une relation de préférence $\succ_c$ sur l'ensemble $F \cup \{c\}$. Incorporer le candidat lui-même dans ses préférences permet de considérer les cas où un candidat préfère ne pas être recruté (mathématiquement, apparié à lui-même) plutôt que d'être recruté par une faculté $f$. Ainsi, la relation $f_1 \succ_c f_2 \succ_c c \succ_c f_3$ représente la situation où le candidat $c$ préfère être recruté par la faculté $f_1$ plutôt qu'être recruté par la faculté $f_2$, et préfère ne pas être recruté plutôt qu'être recruté par la faculté $f_3$. Dans ce cas, les facultés $f_1$ et $f_2$ sont dites «acceptables» par le candidat $c$ (et la faculté $f_3$ n'est pas acceptable).

Les préférences des candidats peuvent être diverses et dépendre de plusieurs facteurs (la ville, la qualité de la faculté, etc.). Ces considérations n'ont pas d'impact dans le modèle puisque seul importe le classement des postes que vont soumettre les candidats.

Les faculté ont, elles aussi, des préférences sur les candidats. De même que pour les candidats, les facultés peuvent elles aussi juger que certains candidats ne sont pas «acceptables», c'est-à-dire qu'elles préfèrent ne pas allouer le poste plutôt que de l'allouer à un candidat inacceptable. De manière formelle, les préférences d'une faculté $f$ sont représentées par une relation de préférence $\succ_f$ sur l'ensemble $C \cup \{f\}$. Notons que les facultés ont dans ce modèle des préférences sur les candidats et non sur les groupes de candidats. En d'autres termes, nous considérons une situation où chaque faculté n'a qu'un seul poste à pourvoir. Ceci est sans perte de généralité dans le cas de l'analyse du concours des Maîtres de Conférences puisque chaque faculté doit soumettre auprès du ministère un classement pour *chaque* poste [4].

Dans la suite nous supposerons que les préférences des agents sont *strictement* ordonnées.

Un *appariement* est une fonction $\mu : C \cup F \to C \cup F$, telle que :

*(i)* Pour tout candidat $c \in C$, $\mu(c) \in F \cup \{c\}$,

*(ii)* Pour toute faculté $f \in F$, $\mu(f) \in C \cup \{f\}$,

*(iii)* Pour tout agent $v \in C \cup F$, $\mu(\mu(v)) = v$.

Si l'on considère un candidat $c$, et un appariement $\mu$, $\mu(c)$ dénote le *partenaire* de $c$ dans l'appariement $\mu$. De même, $\mu(f)$ représente le partenaire de $f$ dans l'appariement $\mu$.

La condition *(i)* stipule qu'un candidat est apparié à une faculté (l'affectation du candidat) ou à lui-même (le candidat n'a pas trouvé de poste). La condition *(ii)* est la condition *(i)* appliquée aux facultés : une faculté est apparié à un candidat (le candidat qu'elle recrute) ou à elle-même (le poste n'est pas pourvu). La condition *(iii)* stipule que si un candidat ($v \in C$) est apparié à une faculté ($\mu(v) \in F$) alors cette faculté est appariée à ce candidat ($\mu(\mu(v)) = v$). Il en est de même pour les facultés, c'est-à-dire que si une faculté est appariée à un candidat alors ce candidat est apparié à cette faculté. Il est facile de voir que la condition intègre aussi les cas où un candidat ou une faculté est apparié à soi-même.

Un *appariement* consiste ainsi en une affectation de *tous* les candidats et de *tous* les postes. Dans un appariement, le poste proposé par une faculté peut être ainsi soit proposé à un candidat soit à la faculté elle-même. Dans ce dernier cas, nous dirons que le poste n'est pas *pourvu*.

[4] Par exemple, cela implique que les facultés publiant deux postes n'ont pas la possibilité de proposer des classements de couples de candidats (un pour chaque poste) afin d'utiliser les complémentarités potentielles entre candidats.

## 2.2 Appariements stables

Le concept central dans les modèles d'appariement est celui de *stabilité*. La stabilité est la conjonction de deux critères, la *rationalité individuelle* et l'absence de *paires bloquantes*.

Un appariement est individuellement rationnel si chaque individu est apparié soit à lui-même soit à un partenaire acceptable. Dans le cadre du concours des Maîtres de Conférence, une affectation sera individuellement rationnelle si :

- le poste de chaque faculté est alloué à un candidat classé par cette faculté ou le poste n'est pas pourvu ;
- un candidat est affecté à un poste seulement s'il a émis un vœu pour ce poste.

Formellement, un appariement $\mu$ est individuellement rationnel si pour chaque $v \in C \cup F$, $\mu(v) \succ_v v$ ou $\mu(v) = v$.

Étant donné un ensemble de paires de partenaires formant un appariement, une paire candidat-faculté est dite *bloquante* si le candidat préfère cette faculté à son partenaire et si cette faculté préfère ce candidat à son partenaire. Notons que le partenaire de ce candidat peut être le candidat lui-même (le candidat n'est pas affecté à un poste). De même, le partenaire de cette faculté peut être la faculté elle-même (le poste est non pourvu). Dans le cadre du concours des Maîtres de Conférences une paire candidat-faculté est donc bloquante lorsque :

- le candidat est classé par la faculté mais est affecté à un poste qu'il a moins bien classé dans ses vœux (ou n'est pas affecté à un poste) ;
- la faculté n'a pas alloué son poste ou celui-ci est alloué à un candidat moins bien classé.

Formellement, étant donné un appariement $\mu$, une paire $(c, f)$ est bloquante si

$$f \succ_c \mu(c) \quad \text{et} \quad c \succ_f \mu(f)\,. \tag{1}$$

**Définition 1** *Étant donné un ensemble de candidats $C$, un ensemble de facultés $F$ et un profil de préférence $\succ_v$ pour chaque agent $v \in C \cup F$, un appariement $\mu$ est stable s'il est individuellement rationnel et s'il n'existe pas de paire bloquante.*

Il est très facile de construire un appariement. La question de l'existence d'un appariement stable est plus problématique. Le résultat suivant, fondamental dans la théorie des appariements, nous donne la réponse.

**Théorème 1 (Gale et Shapley (1962))** *Quels que soient les ensembles de candidats et de facultés et quelles que soient les préférences des candidats et des facultés, il existe toujours un appariement stable.*

## 2.3 Algorithme d'acceptation différée

Pour prouver leur théorème, Gale et Shapley ont proposé un algorithme, dit d'*acceptation différée*, qui permet de produire des appariements stables. Cet algorithme fonctionne de la manière suivante. On choisit d'abord le côté du marché (candidats ou facultés) qui fait des offres d'appariement. Les agents situés de l'autre côté du marché devront accepter ou refuser les offres qui leur sont faites. Pour notre exposé, nous considérons que ce sont les candidats qui font les offres et les facultés qui acceptent ou refusent ces offres.

*Étape 1* : Chaque candidat propose de s'apparier au partenaire qu'il préfère. Si le partenaire préféré est lui-même alors ce candidat est apparié à lui-même et la procédure s'arrête *pour ce candidat*.

Chaque faculté choisit l'offre qu'elle préfère parmi toutes les offres qu'elle a reçues et est appariée *temporairement* au candidat qui a fait cette offre. Les autres offres sont rejetées.

*Étape 2,3...* : Chaque candidat dont l'offre a été refusée à l'étape précédente fait une offre à son partenaire préféré parmi ceux qui ne l'ont pas encore rejeté. Si ce partenaire préféré est lui-même alors ce candidat est apparié à lui-même et la procédure s'arrête *pour ce candidat*.

Chaque faculté choisit le candidat qu'elle préfère en considérant tous ceux qui viennent de lui faire une offre ainsi que le candidat auquel elle était appariée à l'étape précédente. La faculté est appariée *temporairement* au candidat qu'elle a choisi. Les autres offres sont rejetées.

On répète l'étape 2 jusqu'à ce que chaque candidat soit apparié à une faculté ou à lui-même. Lorsque cela est le cas, les appariements temporaires deviennent définitifs.

**Exemple 1** Considérons trois facultés et trois candidats $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, $W = \{c_1, c_2, c_3\}$. Les préférences sont les suivantes :

| $\succ_{c_1}$ | $\succ_{c_2}$ | $\succ_{c_3}$ | $\succ_{f_1}$ | $\succ_{f_2}$ | $\succ_{f_3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_2$ | $f_1$ | $f_1$ | $c_1$ | $c_3$ | $c_1$ |
| $f_1$ | $f_2$ | $f_2$ | $c_2$ | $c_1$ | $c_2$ |
| $c_1$ | $f_3$ | $f_3$ | $c_3$ | $c_2$ | $c_3$ |
| $f_3$ | $c_2$ | $c_3$ | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ |

Par exemple, les vœux du candidat 1 (donnés par les préférences $\succ_{c_1}$) indiquent que son premier choix est le poste offert par la faculté $f_2$, son second est celui de la faculté $f_1$ et enfin le poste offert par $f_3$ n'est pas un choix acceptable. Pour la faculté $f_1$, le classement (donné par $\succ_{f_1}$) est

le suivant : le candidat $c_1$ est classé premier, le candidat $c_2$ est classé deuxième, le candidat $c_3$ est classé troisième et tous les candidats sont acceptables.

Si l'on applique l'algorithme d'acceptation différée nous obtenons les étapes suivantes :

*Étape 1* : le candidat $c_1$ propose de s'apparier à la faculté $f_2$, et les candidats $c_2$ et $c_3$ proposent de s'apparier à la faculté $f_1$. La faculté $f_2$ ne reçoit qu'une offre, elle est donc apparié *temporairement* au candidat $c_1$. La faculté $f_1$ a classé le candidat $c_2$ devant $c_3$. Le candidat $c_3$ est donc refusé et le candidat $c_2$ est apparié *temporairement* à la faculté $f_1$.

*Étape 2* : le candidat $c_3$ (rejeté en première étape) propose un appariement avec son second choix, $f_2$. La faculté $f_2$ a maintenant le choix entre les candidats $c_1$ et $c_3$. Le candidat $c_3$ est le mieux classé, le candidat $c_1$ est donc rejeté et le candidat $c_3$ est apparié *temporairement* à la faculté $f_2$ et le candidat $c_2$ reste apparié *temporairement* à la faculté $f_1$.

*Étape 3* : le candidat $c_1$ (rejeté en deuxième étape) propose de s'apparier à son choix suivant, $f_1$. La faculté $f_1$ a maintenant le choix entre les candidats $c_1$ et $c_2$. Le candidat $c_1$ est le mieux classé, le candidat $c_2$ est donc rejeté et le candidat $c_1$ est apparié *temporairement* à la faculté $f_1$, le candidat $c_3$ reste apparié *temporairement* à la faculté $f_2$.

*Étape 4* : le candidat $c_2$ (rejeté en troisième étape) propose de s'apparier à son choix suivant, $f_2$. La faculté $f_2$ a maintenant le choix entre les candidats $c_2$ et $c_3$. Le candidat $c_3$ est le mieux classé, le candidat $c_2$ est donc rejeté et le candidat $c_3$ reste apparié *temporairement* à la faculté $f_2$. Le candidat $c_1$ reste apparié *temporairement* à la faculté $f_1$.

*Étape 5* : le candidat $c_2$ (rejeté en quatrième étape) propose de s'apparier à son choix suivant, $f_3$. La faculté $f_3$ n'a reçu qu'une offre de $c_2$, le candidat $c_2$ est donc apparié *temporairement* à la faculté $f_3$. Tous les candidats sont appariés, l'algorithme s'arrête.

L'appariement final est donc le suivant : les candidats $c_1$, $c_2$ et $c_3$ sont respectivement affectés aux facultés $f_1$, $f_3$, $f_2$.

L'appariement obtenu avec l'algorithme d'acceptation différée que nous venons de présenter s'appelle l'*appariement optimal des candidats*. Si nous inversons les rôles dans l'algorithme, en demandant aux facultés de proposer et aux candidats d'accepter ou de rejeter les offres alors nous obtenons l'*appariement optimal des facultés*. Dans l'exemple 1, on remarque que l'appariement optimal des candidats est aussi celui des universités, mais cette coïncidence n'est pas vraie en général.

Plus précisément, les tensions entre d'une part les préférences des candidats et d'autre part les préférences des facultés sont résumées dans le résultat suivant :

**Théorème 2 (Knuth (1976))** *Étant donné un ensemble de candidats et un ensemble de facultés, et des préférences des candidats et des facultés, parmi tous les appariements stables l'appariement optimal des candidats est l'appariement préféré de tous les candidats et le moins préféré des facultés. Inversement, parmi tous les appariements stables, l'appariement optimal des facultés est l'appariement préféré des facultés et le moins préféré des candidats.*

Il peut exister néanmoins un appariement préféré par les candidats à l'appariement optimal des candidats (et inversement pour les facultés). Cependant, dans ce cas là, l'appariement en question ne peut être stable [5].

**Exemple 2** Considérons trois facultés et trois candidats $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, $W = \{c_1, c_2, c_3\}$. Les préférences sont les suivantes :

| $\succ_{c_1}$ | $\succ_{c_2}$ | $\succ_{c_3}$ | $\succ_{f_1}$ | $\succ_{f_2}$ | $\succ_{f_3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_2$ | $f_1$ | $f_1$ | $c_1$ | $c_3$ | $c_1$ |
| $f_1$ | $f_2$ | $f_2$ | $c_3$ | $c_1$ | $c_2$ |
| $f_3$ | $f_3$ | $f_3$ | $c_2$ | $c_2$ | $c_3$ |
| $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ |

Nous voyons ici que l'appariement optimal des candidats, $\mu_C$, et l'appariement optimal des facultés, $\mu_F$, sont les appariements suivants (ce sont les seuls appariements stables) :

$$\mu_C = \{(f_1, c_3), (f_2, c_1), (f_3, c_2)\}, \quad \mu_F = \{(f_1, c_1), (f_2, c_3), (f_3, c_2)\}.$$

Il est facile de vérifier que chaque candidat préfère son appariement dans $\mu_C$ à son appariement dans $\mu_F$ (et inversement pour chaque faculté). Le candidat 2 et la faculté 3 sont toutefois indifférents entre les deux appariements.

## 3 Affectation des Maîtres de Conférences

Cette section a pour objet de faire plus formellement le lien entre les modèles d'appariements et le concours des Maîtres de Conférences et d'identifier la règle qui affecte les candidats aux facultés. Dans un premier temps, nous considérons le point de vue des candidats en exploitant

[5] Plus précisément, Roth (1982) montre que cet appariement ne peut être individuellement rationnel (et donc stable) si *tous* les candidats préfèrent cet appariement. Gale et Sotomayor (1985) montrent que si seul un sous-groupe de candidats préfèrent cet appariement il existe nécessairement une paire candidat-faculté bloquante.

l'information dont ils disposent. Dans un deuxième temps, nous analysons directement l'algorithme utilisé par le ministère. Dans les deux cas, la conclusion principale est que *l'appariement optimal des candidats* est celui qui régit les affectations des candidats.

### 3.1 Procédure ANTARES/GALAXIE

[6] Lors du concours des Maîtres de Conférences, les commissions de recrutement (les ≪commissions de spécialistes≫ jusqu'en 2008) doivent, après les auditions des candidats, soumettre au ministère un classement d'au plus cinq candidats par poste. Pour le moment, nous ne commenterons pas cette restriction de cinq candidats maximum, en fait elle n'affecte pas la nature des résultats à venir (voir Section 5). Les candidats quant à eux doivent exprimer seulement des vœux sur les facultés qui les ont classés préalablement.

L'objectif de cette section est d'identifier les appariements proposés dans les concours de recrutement des Maître des Conférences, autrement dit la règle d'affectation.

Les classements et les vœux se font par voie télématique sur le site ANTARES/GALAXIE du ministère. Une procédure (procédure ANTARES dans la suite) de centralisation des vœux et classements y est également expliquée. Six cas sont présentés comme suit à l'attention des candidats dans le manuel d'utilisation de la procédure ANTARES [7] :

**Règles ANTARES :**

*Cas 1 : Vous n'êtes classé qu'une seule fois et vous êtes classé premier.*

Vous pouvez soit accepter cet emploi, soit refuser cet emploi.

*Cas 2 : Vous avez été classé sur plusieurs emplois en obtenant, dans tous les cas, le rang 1.*

Dans la mesure où le classement en rang 1 vous permet d'obtenir une affectation sur l'emploi que vous choisirez, un seul choix est suffisant ; il est inutile d'émettre de voeux sur vos autres classements. Dans le cas particulier où vous seriez classé toujours en rang 1 à la fois sur des emplois de maître de conférences et de professeur des universités, veuillez vous reporter au cas 5. Si vous refusez tous les emplois, vous devez l'indiquer expressément.

*Cas 3 : Vous avez été classé sur plusieurs emplois, et vous avez obtenu, une ou plusieurs fois, le rang 1.*

Vous devez classer vos résultats par ordre préférentiel (en attribuant le n° 1 à l'emploi que vous préférez). Si vous classez premier un résultat de rang 1, ce choix est suffisant : il vous

[6] Nous ne traitons pas dans cette section des nouvelles modalités du concours. En particulier nous discutons du nouveau dispositif de recrutement *au fil de l'eau* dans la Section 6.

[7] Voir `https://extranet.ac-versailles.fr/ensup/galaxie/guidanta/index4.htm`

permet d'être affecté sur l'emploi correspondant. Si vous classez premier un résultat qui n'est pas de rang 1, vous serez affecté sur cet emploi seulement si le ou les candidats classés avant vous se désistent. Au cas où votre premier vœu (vos premiers vœux) ne serai(ent) pas satisfait(s), la procédure vous assure d'être affecté sur l'emploi (ou l'un des emplois) pour lequel vous aurez été classé premier si vous exprimez un vœu sur cet emploi même en le plaçant, éventuellement, au dernier rang de vos choix. L'absence de voeu sur un ou plusieurs classements implique que vous renoncez à ces résultats.

*Cas 4 : Vous avez été classé sur un ou plusieurs emplois, mais aucune fois en rang 1.*

Vous devez classer vos résultats par ordre préférentiel (en attribuant le n° 1 à l'emploi que vous préférez). Vous serez affecté sur un de ces emplois seulement si le ou les candidats classés avant vous se désistent.

*Cas 5 : Vous avez été classé selon les cas précédents mais au titre des 2 corps.*

Lorsque vous avez fait l'objet de classements au titre des deux corps (professeur des universités et maître de conférences des universités), vous devez exprimer distinctement des voeux pour chacun des deux corps selon que vous vous trouvez pour l'un et l'autre dans tel ou tel des cas précités. Il vous est également demandé d'indiquer votre corps de préférence en cas de possibilité de nomination dans les deux corps. En cas de classements multiples dans chacun des deux corps, vous ne pouvez pas interclasser vos choix d'un corps à l'autre.

*Cas 6 : Vous n'avez pas été classé en rang utile sur le ou les emplois postulés.*

L'application affiche un message vous informant de l'absence de classement en rang utile.

Cette description à l'usage des candidats est redondante mais tout à fait intéressante dans sa nature car ces explications sont données au niveau individuel du candidat.

Pour faire formellement le lien avec la section précédente, nous considérons que, pour chaque candidat, les facultés apparaissant dans ses vœux et le candidat lui-même sont les partenaires acceptables du candidat, tandis que pour chaque faculté, les candidats apparaissant dans son classement (et la faculté elle-même) sont les partenaires acceptables de la faculté. Ainsi, si un candidat $c$ n'est pas classé par une faculté $f$ cela revient à considérer que les préférences de cette faculté sont telles que ce candidat n'est pas considéré comme acceptable, c'est-à-dire $f \succ_f c$. De même, si un candidat n'est pas classé par une faculté (et donc il ne peut émettre un vœu sur le poste offert par cette faculté sur le site ANTARES/GALAXIE), cette faculté sera considérée comme inacceptable par ce candidat. Cette remarque permet de donner la définition suivante d'un concours.

**Définition 2** *Un concours Maîtres de Conférences est un modèle d'appariement décrit par un profil de préférences pour chaque candidat $c \in C$ : $\succ_c$ défini sur $F \cup \{c\}$ ; un profil de préférences pour chaque faculté $f \in F$ : $\succ_f$ défini sur $C \cup \{f\}$, tels que pour tout $c, f \in C \cup F$, $f$ est acceptable pour $c$ seulement si $c$ est acceptable pour $f$.*

Nous pouvons alors réécrire une version condensée des six cas, toujours en considérant le point de vue du candidat. Pour cela, il reste à préciser le sens de la notion de désistement tel qu'il est entendu dans les règles ANTARES. Nous dirons qu'un candidat *se désiste* (du poste) d'une faculté s'il préfère l'affectation qui lui est proposée à la faculté.

**Règles ANTARES (propriétés générales.)** Dans un concours Maîtres de Conférences :

(i) Le candidat ne peut pas être apparié à une faculté qui le trouve inacceptable ni à une faculté qu'il trouve inacceptable.

(ii) Le candidat est apparié à la faculté acceptable qu'il préfère parmi celles qui l'ont classé premier ou celles dont les candidats classés avant lui se sont tous désistés.

Le principe de non affectation de $(i)$ est bien impliqué par les cas 1 à 6. Il est évident que les cas 1 et 2 sont inclus dans la règle *(ii)* : si un candidat est classé premier sur un poste il n'y a pas d'autres candidats classés avant lui, et donc il sera affecté sur ce poste s'il le demande, c'est à dire si la faculté est acceptable. Le cas 3 (le candidat est classé premier sur un poste) reprend exactement la formulation de $(ii)$. Le cas général est le cas 4, qui n'est que partiellement décrit mais nous supposerons qu'il suit également le principe général décrit dans le cas 3.

Nous sommes maintenant en position d'étudier les propriétés de stabilité des affectations générées par la procédure ANTARES. On voit que la règle $(i)$ correspond à la propriété de rationalité individuelle pour les candidats et les facultés.

La règle *(ii)* implique que l'appariement calculé par ANTARES est stable. Pour cela, considérons un appariement $\mu$ individuellement rationnel tel que l'affectation de chaque candidat satisfait *(ii)* et supposons qu'il existe une paire candidat-faculté qui bloque cet appariement. Donc il existe un candidat $c$ et une faculté $f$ tels que ce candidat $c$ a mieux classé la faculté $f$ (elle est donc acceptable) que son partenaire de l'appariement (le candidat lui-même ou une autre faculté), et cette faculté $f$ a mieux classé ce candidat $c$ (il est donc acceptable) que son partenaire de l'appariement (un autre candidat ou elle-même si le poste n'est pas pourvu).

Puisque $c$ n'est pas affecté à $f$ dans $\mu$ et que $c$ préfère $f$ à son affectation, cela signifie d'après $(ii)$ qu'il existe un candidat $c_2$ mieux classé que $c$ par $f$ qui ne s'est pas désisté de $f$. Le candidat $c_2$ n'est pas affecté à $f$ dans $\mu$ car on sait que $c$ est mieux classé que $\mu(f)$ par $f$.

Donc, $c_2$ préfère $f$ à son affectation dans $\mu$ ($f$ est acceptable pour $c_2$ car $\mu$ est individuellement rationnel). Comme $c_2$ n'est pas affecté à $f$, cela signifie d'après $(ii)$ qu'il existe un candidat $c_3$ mieux classé que $c_2$ par $f$ qui ne s'est pas désisté de $f$. Le candidat $c_3$ n'est pas affecté à $f$ dans $\mu$ car on sait que $c$ est mieux classé que $\mu(f)$ par $f$. Donc $c_3$ préfère $f$ à son affectation dans $\mu$ ($f$ est acceptable pour $c_3$ car $\mu$ est individuellement rationnel). En répétant ce raisonnement autant de fois que nécessaire, on voit qu'il existe un candidat $c_i$ classé premier par $f$ qui n'est pas affecté à $f$ et qui ne s'est pas désisté de $f$. Mais alors cela contredit $(ii)$.

Inversement, considérons un appariement stable quelconque, $\mu$ et vérifions $(ii)$. Soient un candidat $c$ et son partenaire $f$ (une faculté ou le candidat lui-même) dans $\mu$. Si $f$ est le candidat lui même, cela signifie que pour toutes les facultés acceptables pour $c$, il n'en existe pas qui le préfère à leurs affectations dans $\mu$ car $\mu$ est stable. Donc elles sont toutes allouées à des candidats (ou à elles-mêmes) qu'elles classent mieux que $c$. Ces candidats ne se sont donc pas désistés et le cas $(ii)$ est donc bien consistant avec un candidat affecté à lui-même dans un appariement stable.

Considérons le cas où $f$ est bien une faculté. Tous les candidats mieux classés que $c$ par $f$ sont appariés à des facultés mieux classées dans les vœux de ces candidats, car $\mu$ est stable. Donc nous pouvons considérer que ces candidats se sont tous désistés de $f$ (puisqu'ils ont obtenu un poste qu'il préfèrent). Nous voyons donc que $c$ est bien affecté à une faculté acceptable où les candidats classés avant lui se sont désistés ou qui l'a classé premier. Si $f$ n'est pas la préférée pour $c$ parmi les facultés qui partagent cette propriété, alors il existe $f_2$ telle que $c$ préfère $f_2$ à $f$ et où les candidats classés avant lui se sont désistés ou qui l'a classé premier. Dans les deux cas cela signifie que $f_2$ est appariée dans $\mu$ à un partenaire moins classé que $c$ donc $(c, f_2)$ est une paire bloquante ce qui contredit que $\mu$ est stable.

Nous venons donc de montrer le résultat suivant :

**Théorème 3** *Pour tout concours Maîtres de Conférences, un appariement est stable si et seulement si l'affectation de chaque candidat dans l'appariement satisfait les règles ANTARES.*

Ce résultat est à la fois réconfortant et préoccupant. Il est réconfortant car il montre que tous les appariements dont les affectations sont compatibles avec les règles ANTARES sont stables, ce qui est une condition désirable pour un mécanisme centralisé de recrutement. Expliquons maintenant notre préoccupation. Le théorème 3 dit également que la condition est nécessaire. Autrement dit, les appariements compatibles avec les règles ANTARES décrivent tous les appariements stables, qui ne sont pas en général uniques (voir section précédente). Le mode d'emploi à l'usage des candidats ne permet donc pas de déterminer la règle précise d'affectation. Ce manque d'information est d'autant plus crucial que l'on sait que les intérêts entre candidats et

facultés divergent toujours sur le choix d'un appariement stable (d'après le Théorème 2). En particulier, on ne sait pas lequel des deux appariements optimaux est choisi, si tel est le cas. Par exemple, les informations données aux candidats ne leur permettent pas de savoir quelle sera l'affectation finale dans l'exemple 2 [8].

En utilisant une autre source d'information, on peut néanmoins préciser la ligne de conduite suivie par le ministère. En effet, la procédure d'affectation repose aussi sur le principe suivant :[9]

> *Les candidats au concours prennent connaissance des décisions des établissements à l'égard de leurs candidatures au moyen de l'application ANTARES. [...] Le ministère chargé de l'enseignement supérieur procède ensuite au rapprochement des listes de classement des établissements et des vœux préférentiels des candidats pour distribuer les affectations servant au mieux les intérêts des candidats et des universités et en donnant la préférence aux vœux des candidats, lorsque ces intérêts ne sont pas convergents.*

La dernière phrase répond clairement au problème de sélection des appariements stables soulevé précédemment. Elle signifie que parmi tous les appariements stables qui peuvent résulter du rapprochement des listes de classements et de vœux en suivant les règles ANTARES, l'appariement préféré par tous les candidats est celui qui sera toujours choisi. Il semble donc que les affectations des candidats et des facultés puissent être obtenues grâce à l'algorithme de Gale et Shapley quand les candidats proposent. Mais ce résultat a été obtenu en recoupant deux sources d'information distinctes, d'une part le manuel d'usage de la procédure ANTARES, et d'autre part une citation apparaissant dans une note du ministère (nous re-démontrons ce résultat plus formellement dans la suite à partir de l'algorithme utilisé par le Ministère). La procédure est donc opaque pour les candidats.

**Fait 1 Les informations à disposition des candidats sur ANTARES ne leur permettent de connaître la règle d'affectation choisie par le ministère.**

[8] A notre connaissance, le Théorème 3 n'a jamais été identifié dans la littérature ou les débats à propos du recrutement des Maîtres de Conférences. Ce problème d'identification est peut-être à l'origine du malentendu entre Michel Balinski et le ministère sur le choix des appariements optimaux dans le concours Maîtres de Conférences, voir Balinski (2001) et Réponse du Ministère de l'Éducation Nationale à l'article de M. Michel Balinski, `http://www.pourlascience.com/index.php?ids=XJEGWvztpHSBXgBixGFF&Menu=Pls&Action=3&idn3=381`.

[9] Page 8 de la Note du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (2005) : ≪*Comment devient-on enseignant chercheur ?*≫, disponible sur `www.u-bordeaux1.fr/drh/doc/guide_e-c.pdf`

### 3.2 Analyse de l'algorithme du ministère

En nous appuyant sur le droit de réponse du ministère à Michel Balinski (2001) nous pouvons identifier l'algorithme du ministère [10]. Cet algorithme que nous décrirons ci-après, n'est pas l'algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley. Le ministère utilise en fait un algorithme composé de trois modules, MOD1, MOD2, et MOD3. Nous montrons néanmoins qu'il est équivalent à l'algorithme de Gale et Shapley quand les candidats proposent. .

MOD1 est le module principal, et selon le ministère il permet d'obtenir l'appariement désiré dans la majeure partie des cas. L'algorithme est très simple et fonctionne sur le principe du ≪*Best-Best*≫ : à chaque étape on associe tous les candidats et facultés qui se sont mutuellement classés premiers et on les retire des classements qui sont alors mis à jour avant de passer à l'étape suivante qui répète la même procédure.

**Algorithme MOD1**

*Étape 1* : Chaque candidat qui classe premier un partenaire qui le classe également premier est apparié à ce partenaire.

*Étape 2* : Chaque candidat affecté dans l'étape 1 est retiré des classements des facultés. De même, chaque faculté allouée dans l'étape 1 est retirée des classements des candidats. Dans les deux cas, les classements et les vœux sont mis à jour en respectant le classement originel. Par exemple, si pour une faculté $f_1$ le classement est (dans cet ordre) $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$, et si le candidat $c_3$ est affecté à une autre faculté le nouveau classement de $f_1$ sera $c_1, c_2, c_4, c_5$. En prenant en compte les classements et vœux mis à jour, chaque candidat qui classe premier un partenaire qui le classe également premier est apparié à ce partenaire.

*Étape 3,4,...* : On répète l'étape 2 jusqu'à ce que tous les agents soient affectés ou qu'il n'y ait plus de candidat classé premier sur son premier vœu.

Notons que cet algorithme est incomplet : il peut ne pas produire un appariement, c'est-à-dire qu'il peut s'arrêter avant que les affectations de tous les agents soient produites. Pire, il se peut qu'aucune affectation ne soit générée. Dans l'exemple 1, il n'y a pas de candidat qui soit dans le cas 1, MOD1 ne peut donc pas générer une seule affectation. En fait, on peut montrer que MOD1 génère un appariement complet seulement s'il existe un unique appariement stable dans le concours [11]. En supposant avérée l'expérience du ministère qui assure que MOD1 génère *très fréquemment* un appariement complet, il existe alors très fréquemment un unique

[10] `http://www.pourlascience.com/index.php?ids=XJEGWvztpHSBXgBixGFF&Menu=Pls&Action=3&idn3=381`.

[11] Voir en Appendice la première partie de la preuve du Théorème 4.

appariement stable pour le concours Maîtres de Conférences. Cette assertion est intéressante puisqu'elle suggère qu'il existe de fortes corrélations entres les classements des facultés et les vœux des candidats.

Que se passe-t-il si MOD1 s'arrête avant que l'appariement ne soit terminé ? Le deuxième module, MOD2, qui sert d'appendice à MOD1, est activé. Ce module consiste simplement à retirer des vœux qui ne seront jamais exprimés et mettre à jour les nouveaux classements qui résultent de ces retraits. Par exemple si un candidat émet comme premier vœu la faculté $f$ alors tous les candidats classés après ce candidat par $f$ sont éliminés de son classement, et on élimine des vœux de ces candidats la faculté $f$. Dans l'Appendice nous proposons une description formelle de MOD2 et nous montrons que les opérations effectués dans MOD2 n'affectent pas la structure des appariements stables. En considérant de nouveau l'exemple 1, nous pouvons voir que MOD2 n'a pas d'effet de déblocage et qu'aucune affectation n'est générée [12].

En cas de blocage après les activations de MOD1 et MOD 2, le ministère active un troisième et dernier module, MOD3. L'algorithme MOD3 consiste simplement à choisir l'appariement stable qui favorise les vœux des candidats. L'algorithme MOD3 est donc équivalent à l'algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley lorsque les candidats proposent.

L'algorithme MOD2 n'ayant aucun impact sur l'ensemble des appariements stables, nous pouvons considérer que les affectations sont donc calculées par le ministère par MOD1 et MOD3. Nous pouvons alors résumer le mode opératoire du Ministère comme suit :

*(a)* L'algorithme MOD1 produit un appariement complet.

*(b)* L'algorithme MOD1 produit un appariement partiel, les agents restants sont affectés selon l'algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley.

*(c)* L'algorithme MOD1 ne peut produire une affectation pour aucun des postes (comme dans l'exemple 1). On utilise l'algorithme d'acceptation différée pour trouver un appariement complet.

Cette combinaison de deux algorithmes peut être problématique puisque rien ne nous assure, a priori, que les affectations calculée par MOD3 ne soient pas dépendantes de celles calculées par MOD1. En d'autres termes, l'affectation que le ministère prétend calculer (voir Section précédente) correspond elle à l'affectation calculée (MOD1+MOD3) ? Le résultat suivant est important pour comprendre le fonctionnement de MOD1 et assurer que la procédure décrite par les points *(a)*, *(b)* et *(c)* est cohérente [13].

[12] On peut même identifier le point de d'achoppement, il s'agit des situations de vœux croisés, par exemple : $f_2 \succ_{c_1} f_1 \succ_{c_1} c_1$, $f_1 \succ_{c_2} f_2 \succ_{c_2} c_2$, $c_1 \succ_{f_1} c_2 \succ_{f_1} f_1$, et $c_2 \succ_{f_2} c_1 \succ_{f_2} f_2$.

[13] La preuve de ce théorème se trouve dans l'Appendice.

**Théorème 4** *Pour tout concours Maîtres de Conférences, les affectations obtenues par MOD1 (quand l'appariement produit est complet), ou par MOD1 puis MOD3, ou par MOD3 uniquement sont identiques.*

Les propriétés principales (et souhaitables) de stabilité et d'optimalité sont donc bien satisfaites par la procédure d'affectation des Maîtres de Conférences (Théorème 4). Par contre, la méconnaissance forcée de la règle d'affectation (Théorème 3) a certainement conduit des candidats à opérer des choix non-optimaux. Il est vraisemblable que la stratégie consistant à mettre en premier vœu un poste sur lequel le candidat est classé premier, si un tel poste existe, est courante lorsque la règle d'affectation n'est pas connue. Ce type de comportement peut amener certains candidats à être déçus a posteriori de leur propre affectation et générer un mécontentement. Ainsi, la procédure est bonne mais la méconnaissance de son fonctionnement a certainement du produire des affectations que la procédure cherche justement à éviter (non stables, non efficaces,...). D'une manière plus générale, il est surtout regrettable de voir des individus qui prennent part à un marché sans en connaître les règles, et pire, sans avoir la possibilité d'en connaître les règles.

**Fait 2 L'affectation des candidats (et des facultés) est donnée par l'appariement optimal des candidats, c'est à dire l'appariement stable qui est préféré par tous les candidats. Cette affectation coïncide avec les affectations suggérées par les règles d'ANTARES si, et seulement si, il existe un unique appariement stable.**

# 4 Considérations stratégiques

Le Théorème 4 est très utile puisque nous pouvons désormais considérer sans perte de généralité que l'algorithme utilisé par le ministère correspond à l'algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley quand les candidats proposent. Ceci nous permet d'utiliser les résultats existants de la littérature sur la théorie des appariements pour comprendre les enjeux stratégiques auxquels font face les candidats et les facultés.

Lorsqu'un marché d'appariement est centralisé, comme c'est le cas pour le recrutement des Maîtres de Conférences, les agents sont invités à soumettre une liste de vœux ordonnés (pour les candidats) ou un classement (pour les facultés). Comme dans l'algorithme de Gale et Shapley, les classements sont considérés par l'organisme central chargé de l'affectation comme les vraies préférences et l'algorithme d'affectation utilise ces préférences comme support. Cependant, rien n'empêche un agent de soumettre une liste de vœux ou un classement qui ne reflète pas ses vraies préférences. Dans le langage théorique, on dit alors que l'agent *manipule* le mécanisme

d'affectation. Par rapport à cette éventualité, la situation désirable est celle d'un mécanisme d'allocation qui produit des appariements stables et pour lequel aucun agent n'a intérêt à manipuler ses préférences. Dans un tel cas, chaque agent peut en effet se contenter de *jouer* ses vraies préférences.

Le théorème suivant est le message principal de notre article à l'attention des candidats.

**Théorème 5 (adapté de Dubins et Freedman (1981) et Roth (1982))** *Dans le concours Maîtres de Conférences, quelles que soient les préférences des facultés et des candidats, quels que soient les classements soumis par les facultés et les vœux soumis par les candidats, un candidat ne peut obtenir une meilleure affectation que celle obtenue en soumettant ses vraies préférences.*

La conclusion que l'on peut tirer de ce résultat est claire. Lors du concours, les candidats n'ont aucun intérêt à ne pas soumettre comme vœux leurs vraies préférences. Par exemple, soumettre en premier vœu un poste qui n'est pas le préféré mais pour lequel le candidat est classé premier n'a aucune justification théorique [14].

Une fois les classements connus, certains candidats peuvent souhaiter se coordonner entre eux pour s'assurer mutuellement une ≪bonne affectation≫ (ou tout simplement une affectation). En d'autres termes, l'algorithme de Gale et Shapley est-il manipulable non pas individuellement mais collectivement ? Là encore, la théorie des appariements nous permet de répondre à cette question.

**Théorème 6 (adapté de Dubins et Freedman (1981))** *Dans le concours Maîtres de Conférences, quelles que soient les préférences des facultés et des candidats, quels que soient les classements soumis par les facultés et les vœux soumis par les candidats, un groupe de candidats ne peut obtenir une meilleure affectation pour chacun des membres du groupe que celle obtenue en soumettant ses vraies préférences.*

Il reste cependant un type de manipulation réalisable de la part des candidats. En manipulant ses préférences un candidat peut changer l'affectation d'autres candidats sans pour autant modifier la sienne. Pour cela, nous considérons l'exemple 1. Le candidat $c_2$ est affecté à son troisième vœu, $f_3$. Que se passe-t-il si le candidat $c_2$, au lieu de soumettre les vœux présentés dans l'exemple 1 soumet la faculté $f_3$ comme premier vœu et les facultés $f_1$ et $f_2$ respectivement comme deuxième et troisième vœu ? Dans ce cas, l'affectation du candidat $c_2$ reste inchangée, il reste affecté à la faculté $f_3$. Par contre, les affectations des candidats $c_1$ et $c_3$ diffèrent. Main-

[14] Selon nous, ce type de comportement est pourtant relativement courant et s'explique principalement par le manque d'information sur le fonctionnement de la procédure d'affectation.

tenant ces deux candidats sont affectés à leur premier vœu, c'est-à-dire la faculté $f_2$ pour le candidat $c_1$ et la faculté $f_1$ pour le candidat $c_3$ [15].

Le problème est plus complexe du côté du marché qui reçoit les offres, c'est-à-dire du coté des facultés.

**Théorème 7 (adapté de Roth (1982))** *Il existe des concours Maîtres de Conférences où les facultés trouvent intérêt à soumettre des classements qui ne correspondent pas à leurs vraies préférences.*

Roth (1982) a cependant montré que les facultés n'ont rien à perdre à déclarer comme candidat préféré le candidat qu'elles préfèrent réellement (le candidat classé premier). Par ailleurs, il est évident que si les préférences (vraies) des candidats et des facultés sont telles qu'il existe un unique appariement stable, alors ni les candidats ni les facultés, que ce soit individuellement ou en groupe, n'ont intérêt à manipuler leurs préférences. La raison est simple. S'il existe un unique appariement stable alors l'algorithme d'acceptation différée donne le même résultat que ce soient les candidats ou les facultés qui proposent.

Pour illustrer la possibilité de manipulation stratégique des classements de facultés, considérons de nouveau l'exemple 2 et supposons que la faculté 1 propose stratégiquement le classement suivant : le candidat 1 est classé premier, le candidat 2 est classé deuxième et le candidat 3 est classé troisième. La faculté a interverti les classements des candidats 2 et 3 par rapport à ses vraies préférences, le candidat 2 est surclassé et le candidat 3 est déclassé. On voit alors que le seul appariement stable est $\mu_F$. Ici c'est donc $\mu_F$ qui est sélectionné dans le concours Maîtres de Conférences alors que nous avons vu que $\mu_C$ est sélectionné quand les vraies préférences de la faculté 1 sont données. En modifiant ses vraies préférences la faculté 1 obtient bien un candidat préféré [16].

Une manipulation optimale des classements par les facultés reste toutefois, dans la pratique, un exercice extrêmement difficile et risqué. En effet, pour qu'une manipulation soit optimale il est nécessaire de connaître les vœux des candidats ainsi que les classements des autres facultés. En sus, Kojima et Pathak (2008) montrent que lorsque le marché devient suffisamment grand, le résultat précédent (Théorème 7) devient improbable.

**Fait 3 Lors de la saisie des vœux sur ANTARES, les candidats doivent soumettre leurs vraies préférences parmi les postes où ils sont classés. Il n'en va pas de même**

[15] Notons qu'il n'y a aucune contradiction entre ce type de manipulation et celle considérée dans le Théorème 6. En effet, le théorème ne compare que les affectations des candidats qui ont manipulé. Dans l'exemple que nous venons de développer les candidats $c_1$ et $c_2$ n'ont pas manipulé.

[16] Cet exemple est dû à Roth (1982).

**pour les commissions de recrutement qui peuvent trouver intérêt à soumettre des classements qui ne correspondent pas à leur vraies préférences.**

# 5 Quotas sur les classements des facultés

L'organisation du concours Maîtres de Conférences apporte une complication supplémentaire aux choix stratégiques des facultés lors du classement des candidats. Lors du concours une faculté ne peut classer plus de cinq candidats pour chaque poste ouvert [17]. Cette contrainte est en général active (il est rare de trouver des classements de moins de 5 candidats). Il est bon de noter néanmoins que l'analyse des modèles d'appariement faite dans les sections précédentes n'est en aucun cas modifiée par la présence de cette contrainte : soumettre comme vœux ses vraies préférences reste une stratégie dominante pour les candidats, et l'algorithme d'acceptation différée reste manipulable pour les universités. La principale nouveauté apportée par cette contrainte est que le nombre de postes alloués finalement à des candidats peut diminuer.

Les quotas sur les classements des facultés peuvent inciter ces dernières à jouer une ≪*option de secours*≫. Si une faculté est forcée d'allouer un poste, soit parce que la faculté est en sous-effectifs, soit parce que la re-publication du poste à la prochaine campagne de recrutement est improbable, alors la faculté peut trouver intérêt à classer parmi les 5 candidats un candidat ≪sûr≫. Une stratégie évidente à première vue consiste dans ce cas à classer un candidat qui a peu de chances d'être classé dans une autre faculté. Ainsi, même si les autres candidats classés devant ce candidat ≪sûr≫ sont affectés à une autre faculté, la faculté est certaine d'allouer le poste. Calsamiglia, Haeringer et Klijn (2008) étudient les résultats d'une expérience dans un modèle d'appariement où les sujets doivent soumettre une liste de vœux tout en étant contraints par un quota sur le nombre maximum de vœux possibles. Les résultats de cette expérience sont éloquents. Dans presque la totalité des cas, les sujets choisissent une liste de vœux qui contient une *option de secours*, une option qui serait équivalente à un candidat dont les chances d'être classé ailleurs sont faibles ou à un candidat qui donne la garantie d'accepter le poste. Fortuitement, lorsque l'option de secours correspond à un candidat local la présence d'un quota sur les classements des facultés peut être mis en relation avec certaines pratiques apparentées au *localisme*.

La pratique du localisme dans le recrutement académique français fait débat, notamment dans le champ politique et sociologique [18]. Pour illustrer la nature du débat, nous pouvons

[17] En cas de postes liés, le quota est multiplié par le nombre des postes. Depuis 2008, il n'existe plus de postes liés.

[18] Voir par exemple François Clément, « Université : la foire à l'embauche », Le Monde, 27 juin 2007 ; Alain

considérer par exemple les contributions récentes de Godechot et Louvet (2008) et Bouba-Olga et al. (2008) qui proposent deux thèses diamétralement opposées. Brièvement, le clivage est le suivant : dans Godechot et Louvet, la pratique du localisme est vue comme la cause du dysfonctionnement du système universitaire français mettant à jour des pratiques de ≪clientélisme académique≫ voire de ≪cooptation≫. Il en résulte des préconisations coercitives comme par exemple l'interdiction faite à une université de recruter comme maître de conférences un candidat qui a obtenu le doctorat en son sein depuis moins de quatre ans. Dans Bouba-Olga *et al.*, le recours au localisme n'est pas vu comme la cause du dysfonctionnement du recrutement, il en est plutôt la conséquence. Aux arguments de Godechot et Louvet (2008), les auteurs opposent principalement un argument de sélection adverse : les recruteurs ne connaissent pas les *compétences réelles* des candidats. Durant la première phase du concours, le système de présélection des candidats ne permet pas en effet de connaître correctement les candidats et les facultés limitent ce risque en recourant à un recrutement local.

Notre analyse du concours Maîtres de Conférences plaide en faveur de la deuxième thèse et suggère en fait des arguments supplémentaires liés plus directement à la procédure d'affectation lorsqu'elle est associée à un manque d'information sur les candidats. Ceci dit, la circonspection s'impose. Premièrement, cela ne remet pas en cause le bien-fondé des quotas qui sont imposés par le Ministère pour garantir un niveau académique minimal dans le recrutement. Deuxièmement, notre point de vue ici consiste seulement à montrer que la restriction imposée aux facultés de ne classer qu'au plus cinq candidats par poste *peut* être *une* des sources du localisme. Mais il est fort possible, après tout, que le candidat local classé premier par une faculté soit réellement le candidat préféré par cette faculté.

Pour conclure, on peut néanmoins proposer des préconisations simples et raisonnables pour limiter les effets sous-optimaux liés à l'utilisation forcée d'options de secours, ou de candidats locaux. Elles sont similaires à celles proposés par Bouba-Olga et al. (2008). Principalement, il s'agit d'augmenter la profondeur du marché, c'est à dire l'information des deux côtés du marché, en permettant d'une part aux facultés de mieux connaître les candidats et aux candidats d'être également mieux informés sur les postes [19,20]. La mise en œuvre de telles mesures permet d'élargir

Trannoy, ≪ Universités : quel mode de recrutement ? ≫, Le Monde, 23 juillet 2007 ; Olivier Godechot, ≪ Recrutement, autonomie et clientélisme ≫, Le Monde, 27 juin 2007.

[19] A ce titre, l'expérience des mathématiciens est tout à fait symptomatique. Le site de la Société de Mathématiques Appliquées propose en ligne les CV des candidats et des fiches détaillées de tous les postes (profils de recherche et d'enseignement, contacts, ...) durant les campagnes de recrutement. Voir `http://www.smai.emath.fr`.

[20] L'interdiction de pratiquer le localisme comme préconisé par Godechot et Louvet (2008) n'entre pas dans cette classe de mesures et aurait sans doute des effets pervers comme par exemple un arrangement entre deux

le champ des options de secours et de les substituer si besoin à des candidats purement locaux.

## 6 Les futurs enjeux du concours de Maîtres de Conférences

La procédure française de recrutement des Maîtres de Conférences et Professeurs connaît actuellement des changements majeurs. En particulier les facultés pourront à l'avenir recruter *au fil de l'eau*, c'est à dire publier des postes et recruter des candidats ponctuellement en dehors du calendrier de recrutement habituel. Une session dite *synchronisée* regroupera les autres postes et fonctionnera selon les mêmes modalités que les campagnes précédentes de recrutement. Malgré le manque d'information sur les modalités futures du concours de recrutement au fil de l'eau, nous pouvons néanmoins dégager certains faits stylisés [21][22]. Deux marchés de recrutement devront cohabiter, un marché centralisé tel que nous l'avons présenté, et un marché décentralisé au fil de l'eau. Le choix du marché est à la discrétion des facultés qui peuvent publier à leur gré le poste sur un des deux marchés. En sus, les facultés disposent d'une variable de décision (stratégique) supplémentaire sur le marché au fil de l'eau, elles peuvent décider du calendrier du concours, autrement dit des dates d'audition, de recrutement (acceptation du poste) et de prise de fonction du Maître de Conférences [23]. Les modalités concernant les règles des classements sont également modifiées. Pour chaque poste publié au fil de l'eau, le candidat classé premier se prononce sur l'acceptation ou le refus du poste en respectant un certain délai de réponse, en cas de refus le second candidat est contacté et ainsi de suite.

Il ressort assez clairement de ce changement institutionnel un rétrécissement du marché, les agents n'étant plus globalement en relation. Il est très probable dans ce cas que l'ensemble des affectations ne soit plus stable. En effet, un marché décentralisé ne peut générer un appariement stable que lorsque certaines conditions très strictes sont satisfaites (Haeringer et Wooders (2008), Niederle et Yariv (2008)). Dans le cas des Maîtres de Conférences, on voit bien que la non synchronisation des calendriers de recrutement empêche les candidats de considérer simultanément toutes les offres possibles. Nous disposons par ailleurs de deux éléments supplémentaires de comparaison pour évaluer les conséquences de la mise en place d'un tel marché décentralisé, d'une part le recrutement des *Ricercatori* en Italie et de l'autre le recrutement des internes en

facultés pour le recrutement bilatéral de leurs étudiants.

[21] Voir `media.education.gouv.fr/file/_Personnel_enseignant_du_superieur_et_chercheurs/28/6/diap_03_10_36286.ppt`

[22] Le recrutement au fil de l'eau des Maîtres de Conférences diffère d'un marché de recrutement décentralisé standard de type américain où le calendrier de recrutement reste commun à toutes les facultés.

[23] Dans la session synchronisée, les facultés peuvent choisir dans une certaine mesure les dates d'audition (la fourchette de dates possibles étant néanmoins étroite) mais pas la date effective du recrutement qui est la même pour tous les postes.

gastroentérologie aux Etats-Unis.

En Italie, le concours de recrutement des Ricercatori fonctionne au fil de l'eau et se caractérise par certaines défaillances notoires dues à des effets qui s'auto-alimentent de chaque côté du marché. Du côté des candidats, le recrutement au fil de l'eau les incite à limiter le pool de candidatures selon des critères géographiques ou académiques. Par exemple, un étudiant peut ne candidater pas sur un poste éloigné sachant qu'un poste à proximité peut s'ouvrir prochainement et peut lui échapper s'il est recruté avant sur l'autre poste. Dans le cas centralisé, il n'a pas intérêt à limiter ses candidatures, quitte à choisir à la fin le poste à proximité ou le poste éloigné s'il n'a pas le choix. Il en résulte des candidatures relativement peu nombreuses pour chaque poste [24]. Les facultés de leur côté sont incitées à identifier des candidats sûrs avant de publier le poste, notamment car la faible demande de la part des candidats rendra le pourvoi incertain. En pratique, le milieu académique sait en général si le concours est *ouvert* ou *fermé*. En réponse les candidats, y compris s'ils ont candidaté au préalable, sont peu enclins à se présenter effectivement à l'épreuve de recrutement, ce qui renforce à son tour le positionnement des facultés pour des concours fermés. Après plusieurs années d'un tel fonctionnement, il en résulte un marché très amorphe et local [25].

Le cas du recrutement des internes en gastroentérologie américains est similaire à celui du concours Maîtres de Conférences —Niederle et Roth (2003). En 1989 l'*American Medical Association* mit en place une procédure centralisée pour apparier les internes en gastroentérologie et les hôpitaux. À l'instar du concours Maître de Conférences actuel, l'algorithme utilisé était celui de Gale et Shapley. Après 10 ans de fonctionnement, la procédure d'admission fut partiellement remise en question par certains des hôpitaux qui accueillaient les candidats recrutés. Le marché se caractérisait à cette période par une faible demande en termes de candidats et une concurrence forte entre les hôpitaux d'accueil. Ces hôpitaux décidèrent alors de recruter au fil de l'eau en anticipant les calendriers officiels [26]. Cette sortie du système centralisé provoqua un phénomène inattendu. Les hôpitaux s'engagèrent dans une course aux dates afin de pouvoir recruter les candidats (encore non diplômés) de plus en plus tôt en proposant des offres toujours plus exclusives à réponse immédiate. Ce durcissement des stratégies de recrutement se traduisit finalement par un rejet de la spécialité de gastroentérologie par les candidats et par des comportements plus

[24] Une vingtaine de candidatures par poste en Economie Politique qui correspond à la section la plus généraliste en Economie.

[25] Ces caractéristiques sont d'ailleurs stigmatisées dans le rapport de la commission Schwartz, *Commission de réflexion sur l'avenir des personnels de l'Enseignement supérieur*, p.125.

[26] L'abandon d'une procédure centralisée qui affecte des candidats de manière stable, a fortiori de manière optimale, au profit d'une procédure décentralisée est rare. Ce cas d'école a fait l'objet de plusieurs travaux, théoriques, empiriques et expérimentaux.

localistes par les hôpitaux.

Au vu de ces faits (non stabilité, localisme, affolement ou apathie du marché) les motivations du ministère pour l'abandon, même partiel, du recrutement synchronisé et le passage à un recrutement au fil de l'eau sont peu évidentes.

## Appendice

L'objet de cette section est d'abord de présenter une description formelle de l'algorithme MOD2 du ministère et de montrer que cet algorithme ne change pas l'ensemble des appariements stables. Ensuite, nous démontrons le Théorème 4.

Considérons un profil de vœux des candidats, $\succ_C = (\succ_c)_{c\in C}$ et les classements des candidats soumis par les facultés, $\succ_F = (\succ_f)_{f\in F}$. Soit $P = (\succ_C, \succ_F)$ et $S(P, C, F)$ l'ensemble des appariements stables que l'on peut obtenir avec le profile $P$ et les ensembles de candidats et facultés $C$ et $F$ [27]. Soit $c_0$ un candidat et $f_0$ une faculté tels que $c$ est classé par la faculté $f_0$ et $c_0$ est le premier vœu de $c_0$, $f_0 \succ_{c_0} f'$ pour tout $f'$ tel que $f' \succ_{c_0} c_0$ (c'est à dire pour toute faculté $f'$ classée par $c_0$). Soit $\widetilde{c}$ un candidat tel que $c_0 \succ_{f_0} \widetilde{c} \succ_f$. Le candidat $\widetilde{c}$ est donc classé par la faculté $f_0$, mais après le candidat $c_0$. Dans la suite, étant donné un classement (ou des vœux) $\succ_v$ la relation $\succeq_v$ dénote la relation faible associée à $\succ_v$. L'algorithme MOD2 définit un nouveau profil $P'$ de la manière suivante :

- Pour tout candidat $c \neq \widetilde{c}$, $\succ'_c = \succ_c$ et pour toute faculté $f \neq f_0$, $\succ'_f = \succ_f$.
- Pour tout candidat $c$ tel que $c_0 \succ_{f_0} c$, $f_0 \succ'_{f_0} c$, et pour tout candidat $c$ tel que $c \succeq_{f_0} c_0$, $c \succeq_{f_0} c_0$, et si pour deux candidats $c, c'$ tels que $c \succ_{f_0} c' \succeq_{f_0} c_0$, alors $c \succ'_{f_0} c' \succeq'_{f_0} c_0$.
- Pour toute faculté $f \neq f_0$ telle que $f \succ_{\widetilde{c}} \widetilde{c}$, $f \succ'_{\widetilde{c}} \widetilde{c}$, pour toutes facultés $f, f' \neq f_0$ telles que $f \succeq_{\widetilde{c}} f'$, $f \succeq'_{\widetilde{c}} f'$, et $\widetilde{c} \succeq'_{\widetilde{c}} f_0$.

L'algorithme MOD2 est répété autant de fois que nécessaire, c'est-à-dire chaque fois que l'on puisse trouver des candidats et une faculté dans la même situation que les candidats $c_0$ et $\widetilde{c}$ et la faculté $f_0$. Notre objectif est de montrer que l'algorithme MOD2 ne change pas l'ensemble des appariements stables. Pour cela, il suffit de considérer le cas où il n'y a qu'un seul candidat du type $\widetilde{c}$.

[27] Rappelons que si un candidat $c$ n'est pas classé par une faculté $f$ cela signifie que le candidat $c$ n'est pas acceptable pour la faculté $f$, c'est-à-dire $f \succ_f c$. De même, si un candidat $c$ n'a pas émis un vœu pour le poste de la faculté $f$ cela signifie que $f$ n'est pas acceptable pour $c$, et donc $c \succ_c f$.

**Proposition 1** *Soit $P$ un profil de préférences et $P'$ le profil obtenu par l'algorithme MOD2 avec la paire candidat-faculté $(c, f)$ et le candidat $\widetilde{c}$ éliminé du classement de la faculté $f$. Nous avons alors $S(P, C, F) = S(P', C, F)$.*

**Preuve** Il est facile de voir que $\mu \in S(P, C, F)$ implique $\mu \in S(P', C, F)$. En effet si une paire $(c, f)$ est bloquante pour $\mu$ avec le profil $P'$ (et donc $\mu \notin S(P', C, F)$), elle est aussi bloquante pour le profil $P$ (et donc $\mu \notin S(P, C, F)$). Considérons donc $\mu \in S(P', C, F)$ et supposons que $\mu \notin S(P)$. Puisque $\mu \in S(P', C, F)$, l'appariement $\mu$ est individuellement rationnel par rapport au profil $P'$. Par construction, il est aussi individuellement rationnel par rapport au profil $P$. Donc si $\mu \notin S(P, C, F)$ alors il existe une paire $(c, f)$ bloquante :

$$c \succ_f \mu(f) \quad \text{et} \quad f \succ_c \mu(c)\,. \tag{2}$$

Supposons que $f \neq f_0$. Nous avons donc $\succ_f = \succ'_f$. Si $c \neq \widetilde{c}$ alors nous avons aussi $\succ_c = \succ'_c$. L'équation 2 est donc équivalente à $c \succ'_f \mu(f)$ et $f \succ'_c \mu(c)$. Nous obtenons donc $\mu \notin S(P', C, F)$, un contradiction. Si $c = \widetilde{c}$, notons que $\mu(c) \neq f_0$ —car $\mu \in S(P', C, F)$ et $f_0$ est inacceptable pour $\widetilde{c}$ par rapport à $\succ'_{\widetilde{c}}$. Donc $f \succ'_{\widetilde{c}} \mu(\widetilde{c})$ équivaut à $f \succ_{\widetilde{c}} \mu(\widetilde{c})$, ce qui signifie que la paire $(\widetilde{c}, f)$ bloque $\mu$ par rapport au profil $P'$, ce qui contredit $\mu \in S(P', C, F)$. Donc $f = f_0$. Puisque $\mu \in S(P', C, F)$, $\mu$ est individuellement rationnel, et donc $\mu(f) \succeq_f c_0$. L'équation (2) implique alors que $c \succ_f c_0$ et donc $c \neq \widetilde{c}$. Nous avons alors $\succ_c = \succ'_c$ et $c \succ'_f \mu(f)$, ce qui implique que la paire $(c, f)$ bloque l'appariement $\mu$ avec le profil $P'$, ce qui contredit $\mu \in S(P', C, F)$. ■

**Preuve du Théorème 4**

*Partie 1.* Nous montrons d'abord que pour tout concours Maîtres de Conférences, les affectations obtenues par MOD1 (que l'appariement soit complet ou non) sont des affectations données dans tous les appariements stables du concours.

Soit $(c_1, v)$ une paire produite lors de la première étape de MOD1. Il est facile de voir que cette paire doit être produite quel que soit l'appariement stable de ce concours. En effet, l'agent $v$ est le premier vœu du candidat $c_1$, qui est lui-même classé premier par $v$. Ainsi, s'il existe un appariement dans lequel $c_1$ et $v$ ne sont pas appariés ensembles alors cet appariement ne peut être stable car il est précisément bloqué par la paire $(c_1, v)$.

Considérons maintenant une affectation obtenue lors de la deuxième étape de l'algorithme MOD1, disons $(c_2, v)$, et un appariement stable $\mu$, qui existe d'après le Théorème 1.

Supposons que le candidat $c_2$ est apparié à un agent $v' \neq v$ dans l'appariement $\mu$.. Ce partenaire $v'$ est moins bien classé que $v$ dans les vœux du candidat $c_2$. En effet, l'agent mieux classé dans les vœux de $c_2$ est affecté dans la première étape de MOD1. Mais d'après le paragraphe

antérieur, cet agent ne peut pas être apparié dans un appariement stable avec un candidat apparié en seconde étape de MOD1. Considérons maintenant le partenaire $v''$ de $v$ dans $\mu$. En utilisant les mêmes arguments que précédemment, le partenaire $v''$ est moins bien classé que $c_2$ dans le classement de $v$. Il en découle que la paire $(c_2, v)$ bloque $(v'', v')$ donc $\mu$ ne peut pas être stable ce qui est un contradiction. Il suffit de répéter cet argument pour les paires obtenues lors des étapes suivantes de MOD1 pour voir que les affectations d'un appariement stable ne peuvent pas être différentes de celles produites par MOD1.

*Partie 2.* Soit $\mu$ l'appariement obtenu lors de la combinaison MOD1+MOD3 et $\gamma$ l'appariement obtenu en n'utilisant que MOD3, c'est-à-dire l'algorithme de Gale et Shapley. Soient $C'$ et $F'$ respectivement les ensembles des candidats et des facultés qui sont appariés lors de l'étape MOD3 de l'algorithme MOD1+MOD3. Si $C' = \emptyset$ ou $F' = \emptyset$ alors MOD1 produit nécessairement un appariement pour tous les agents. En effet si $F' = \emptyset$, alors toutes les facultés ont été retirées des vœux des candidats restants, donc MOD1 affecte dans ce cas les candidats restants à eux-mêmes, les agents sont alors tous affectés (même raisonnement côté facultés si $C' = \emptyset$). Dans ce cas-là, le résultat de la Partie 1 garantit que $\mu = \gamma$.

Supposons donc que $C' \neq \emptyset$ et $F' \neq \emptyset$. Dans la suite nous noterons $\mu_{|C' \cup F'}$ l'appariement $\mu$ restreint aux agents dans $C' \cup F'$ tandis que $P'$ est le profil $P$ restreint aux agents dans $C' \cup F'$. Au vu de la Partie 1, nous pouvons également montrer que $\gamma(v) \in C' \cup F'$ pour tout $v \in C' \cup F'$, c'est à dire que $\gamma_{|C' \cup F'}$ est bien défini.

Nous montrons maintenant que $\mu \in S(P, C, F)$. Remarquons tout d'abord que $\mu_{|C' \cup F'} \in S(P', C', F')$ puisque MOD 3 est l'algorithme de Gale et Shapley. Supposons que $\mu \notin S(P, C, F)$. Comme $\mu$ est évidemment individuellement rationnel il existe donc une paire $(c, f)$ bloquante. Si $c$ est apparié durant l'étape MOD1, $f \succ_c \mu(c)$ implique que $f$ est aussi appariée durant l'étape MOD1. Mais l'algorithme MOD1 implique alors que $\mu(f) \succ_f c$, et donc la paire $(c, f)$ ne peut être bloquante. Il en est de même si $f$ est une faculté appariée durant l'étape MOD1. Nous avons donc $c \in C'$ et $f \in F'$. Si $c$ n'est pas apparié durant l'étape MOD1 alors $\mu(c)$ ne l'est pas non plus, et donc $\mu(c) \in F' \cup \{c\}$. De même, nous pouvons déduire $\mu(f) \in C' \cup \{f\}$. Nous avons donc que $c, f, \mu(c), \mu(f) \in C' \cup F'$ ; ce qui implique que la paire $(c, f)$ est donc bloquante dans le modèle restreint à $C' \cup F'$, c'est à dire $\mu_{|C' \cup F'} \notin S(P', C', F')$ ce qui est une contradiction. Donc $\mu \in S(P, C, F)$.

Nous montrons maintenant que $\mu = \gamma$. Puisque $\mu, \gamma \in S(P, C, F)$, le résultat de la Partie 1 implique qu'il suffit de vérifier l'égalité pour les agents de $C'$ et $F'$, c'est-à-dire des candidats et facultés appariés dans l'étape MOD3 de l'algorithme MOD1+MOD3. Puisque MOD3 est l'algorithme de Gale et Shapley quand les candidats proposent, on sait aussi d'après le Théorème

2 que : Pour tout $\widehat{\mu} \in S(P,C,F)$ et $c \in C'$, $\gamma(c) \succeq_c \widehat{\mu}(c)$. Pour des raisons analogues on a que pour tout $\widehat{\mu} \in S(P',C',F')$, $\mu(c) \succeq_c \widehat{\mu}(c)$ pour tout $c \in C'$. Comme $\gamma \in S(P,C,F)$ il est aussi vrai que $\gamma_{|C' \cup F'} \in S(P',C',F')$, par ailleurs nous avons démontré au paragraphe précédent que $\mu \in S(P,C,F)$. Ainsi nous avons, pour tout $c \in C'$, $\gamma(c) \succeq_c \mu(c)$ et $\mu(c) \succeq_c \gamma(c)$, autrement dit $\mu(c) = \gamma(c)$, pour tout $c \in C'$ comme nous devions le prouver. Il suffit d'appliquer le Théorème 2 avec les facultés en utilisant les mêmes raisonnements pour terminer la preuve. ■

## Références


[1] Baiou,M. et M. Balinski. 2003. Admissions and Recruitment. *American Mathematical Monthly*, **110**, 386-399.

[2] Balinski M. 2001. Les Enjeux du Recrutement. *Pour La Science*, **288** (octobre.)

[3] Bouba-Olga O., Grossetti M. et Lavigne A. 2008. Le Localisme dans le Monde Académique : une Autre Approche. Réponse à Olivier Godechot et Alessandra Louvet. *La Vie Des Idées*.

[4] Calsamiglia, C., G. Haeringer and F. Klijn. 2008. Constrained School Choice : An Experimental Study, Mimeo, Universitat Autònoma de Barcelona.

[5] Dubins, L.E. et D.A. Freedman. 1981. Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm. *American Mathematical Monthly*, **88**, 485–494.

[6] Gale, D. et L. Shapley. 1962. College Admission and the Stability of Marriage. *American Mathematical Monthly*, **69**, 9–15.

[7] Gale, D. et M. Sotomayor. 1985. Ms Machiavelli and the stable matching problem. *American Mathematical Monthly*, **92**, 261–268.

[8] Godechot, O. et A. Louvet. 2008. Le Localisme dans le Monde Académique : un Essai d'Evaluation. *La Vie Des Idées*.

[9] Haeringer, C. et M. Wooders. 2008. Decentralized Job Matching. Mimeo, Universitat Autònoma de Barcelona.

[10] Kojima, F. et P.A Pathak. 2007. Incentives and Stability in Large Two-Sided Matching Markets. A paraître dans *American Economic Review*.

[11] McKinney, C.N., M. Niederle, et A.E. Roth. 2005. The Collapse of a Medical Labor Clearinghouse (and why such failures are rare). *American Economic Review*, **95**, 878–889.

[12] Knuth, D. E., 1976. *Mariages Stables et Leurs Relations Avec d'Autres Problèmes Combinatoires*. Les Presses de l'Université de Montréal, Montreal, Québec., Introduction à l'analyse mathématique des algorithmes, Collection de la Chaire Aisenstadt.

[13] Niederle, M. et L. Yariv. 2008. Matching through Decentralized Markets. Mimeo, Stanford University.

[14] Niederle, M. et A.E. Roth. 2003. Unraveling Reduces Mobility in a Labor Market : Gastroenterology with and without a Centralized Match. *The Journal of Political Economy*, **111**, 1342–1352.

[15] Roth, A. E. 1982. The Economics of Matching : Stability and Incentives. *Mathematics of Operation Research.* **7**, 617–628.

[16] Roth, A.E. 1991. A Natural Experiment in the Organization of Entry Level Labor Markets : Regional Markets for New Physicians and Surgeons in the UK. *American Economic Review*, **81**, 415–440.

[17] Roth, A. E. et E. Peranson. 1999. The Redesign of the Matching Market for American Physicians : Some Engineering Aspects of Economic Design. *American Economic Review*, **89**, 748–780.

[18] Roth, A.E. et M. Sotomayor. 1990. *Two-sided Matching : A study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*, Econometric Society Monographs, No. 18. Cambridge University Press, Cambridge, England.